

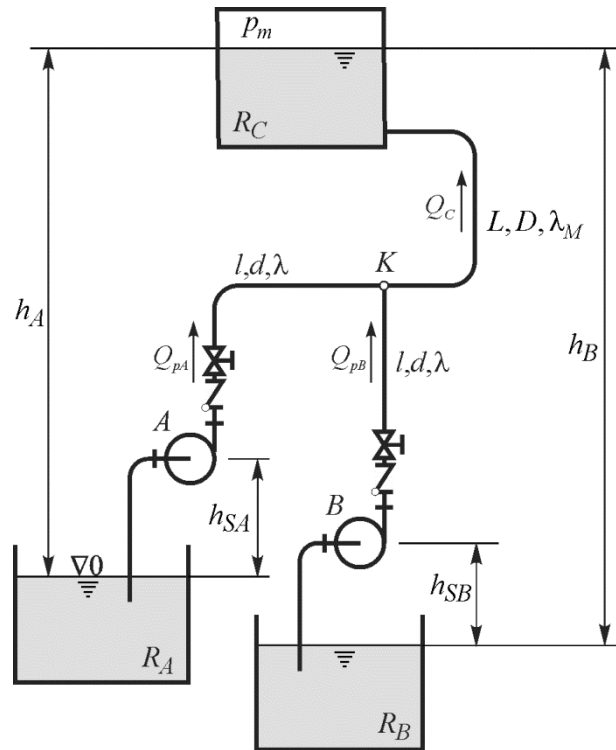
Задатак 3: Две подједнаке центрифугалне пумпе, чије су карактеристике при $n = 960 \text{ min}^{-1}$ познате, паралелно раде и пребацују воду из резервоара R_A и R_B у резервоар R_C . Резервоари R_A и R_B су отворени, а резервоар R_C је затворен и у њему влада натпритисак $p_m = 0,2 \text{ bar}$. Разлике нивоа у резервоарима износе $h_A = 18 \text{ m}$ и $h_B = 26 \text{ m}$.

Магистрални цевовод је дужине $L = 1100 \text{ m}$, пречника $D = 450 \text{ mm}$, коефицијента отпора трења $\lambda_M = 0,025$. Цевоводи пумпе су идентични и имају следеће карактеристике: $l = 100 \text{ m}$, $d = 300 \text{ mm}$, $\lambda = 0,03$, $\Sigma\zeta = 6$.

Одредити:

1. Доток у резервоар R_C , протоке, напоре и потребне снаге пумпе ако обе пумпе раде при $n = 960 \text{ min}^{-1}$.
2. Колика мора бити брзина обраћања пумпе A да би проток који остварује пумпа B (при $n = 960 \text{ min}^{-1}$) био нула?
3. За радне режиме одређене под 1, одредити максималне дозвољене уисне висине h_s за обе пумпе.

Дужине уисних цевних деоница пумпе су $l_s = 6 \text{ m}$, укупни локални отпори износе $\Sigma\zeta_s = 4$. Притисак засићене паре износи $p_{zp} = 0,024 \text{ bar}$, а атмосферски притисак је $p_a = 990 \text{ mbar}$. Усвојити сигурносни додаток од $S = 1 \text{ m}$.



Карактеристике пумпи при $n = 960 \text{ min}^{-1}$

Q [L/s]	0	40	80	120	140	160	180	200	220
Y [J/kg]	392	422	422	392	363	324	275	216	147
η [%]	0	47	70	80	81	80	75	65	50
$NPSHR$ [m]		2,5	1,8	2,3	2,8	3,6	4,7	5,9	7,3

Решење (1):

Задатак се решава применом Бернулијево једначине и једначине континуитета. Бернулијево једначине пишу се за све деонице цевовода засебно, односно пишу се тако да у свакој једначини фигурише само један непознат проток.

Са обзиром да у систему постоје два резервоара на усисној страни пумпи, потребно је одабрати онај резервоар од чије слободне површине ће се мерити све висине (тј. треба одабрати нулти ниво потенцијалне енергије). Нека то буде резервоар R_A .

Узимајући у обзир релативне притиске уместо апсолутних, Бернулијева једначина написана од нивоа воде у резервоару R_A до рачве K гласи:

$$Y_{pA} = e_K(Q_{pA}) + \frac{8Q_{pA}^2}{\pi^2 d^4} \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

Горњу једначину треба преуредити тако да на левој страни остане само специфична енергија у рачви $e_K(Q_{pA})$:

$$e_{Km}(Q_{pA}) = Y_{pA} - \frac{8Q_{pA}^2}{\pi^2 d^4} \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) = Y_{pA} - \Delta y_{gA}(Q_{pA}) = Y_{prA}(Q_{pA}) \quad (1)$$

Функција на десној страни је редукована карактеристика пумпе Y_{prA} (карактеристика напора пумпе умањена за хидрауличке губитке у пумпном цевоводу):

Бернулијева једначина од нивоа воде у резервоару R_B до рачве K гласи:

$$-g(h_B - h_A) + Y_{pB} = e_K(Q_{pB}) + \frac{8Q_{pB}^2}{\pi^2 d^4} \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right)$$

Решавањем по $e_K(Q_{pB})$ на десној страни остаје функција која се условно може назвати редукована карактеристика пумпе Y_{prB} . Наиме, у овом случају то је карактеристика напора пумпе умањена не само за хидрауличке губитке у пумпном цевоводу него и за висинску разлику између нивоа воде у резервоару R_B и нултог нивоа:

$$\begin{aligned} e_K(Q_{pB}) &= Y_{pB} - g(h_B - h_A) - \frac{8Q_{pB}^2}{\pi^2 d^4} \left(\lambda \frac{l}{d} + \Sigma \zeta \right) = \\ &= Y_{pB} - g(h_B - h_A) - \Delta y_{gB}(Q_{pB}) = Y_{prB}(Q_{pB}) \end{aligned} \quad (2)$$

Коначно, Бернулијева једначина од рачве K до нивоа воде у резервоару R_C гласи:

$$e_K(Q_C) = \frac{p_m}{\rho} + gh_A + \frac{8Q_C^2}{\pi^2 D^4} \lambda_M \frac{L}{D} = Y_{cm}(Q_C) \quad (3)$$

где функција $Y_{cm}(Q_C)$ на десној страни знака једнакости представља карактеристику магистралног цевовода K - R_C .

Једначина континуитета за чвор K гласи:

$$Q_{pA} + Q_{pB} = Q_C \quad (4)$$

Карактеристике пумпи $Y_p(Q_p)$, $\eta_p(Q_p)$ и $NPSHR(Q_p)$ (пумпе A и B су идентичне), редуковане карактеристике пумпи $Y_{prA}(Q_{pA})$ и $Y_{prB}(Q_{pB})$, карактеристике губитака у пумпним цевоводима $\Delta y_{gA}(Q_{pA}) = \Delta y_{gB}(Q_{pB})$ и карактеристика магистралног цевовода $Y_{cm}(Q_C)$ приказане су графички на слици.

У устаљеном радном режиму посматраног пумпног система све леве стране једначина (1), (2) и (3) бројчано морају бити једнаке (специфична енергија у чвору K) па морају бити једнаке и одговарајуће карактеристике на десним странама тих једначина. Другим речима, добијене редуковане карактеристике пумпи и карактеристика магистралног цевовода могу се паралелно спрезати. По правилу, паралелно се спрежу редуковане карактеристике пумпи $Y_{prA}(Q_{pA})$ и $Y_{prB}(Q_{pB})$ сагласно једначини континуитета (4), односно при истом напору (e_K) сабирају се протоци Q_{pA} и Q_{pB} . Резултат, односно паралелна веза (редукованих) карактеристика пумпи приказана је на слици $\rightarrow Y_{prAB}(Q_{pA} + Q_{pB}) = Y_{prAB}(Q_C)$.

У пресеку карактеристике паралелне везе пумпи $Y_{cAB}(Q_p)$ и карактеристике магистралног цевовода $Y_{cm}(Q_C)$ добија се радна тачка система RT_1 .

Условно, може се рећи да се радна тачка RT_1 налази у пресеку карактеристике замишљене пумпе (која одговара збирној карактеристици обе пумпе и њихових цевовода) и карактеристике магистралног цевовода. На тај начин, проблем се своди на систем једне пумпе која ради у простом цевоводу (задатак 1).

Из радне тачке система RT_1 читава се проток ка резервоару R_C :

$$RT_1 \rightarrow Q_{C1} = 277,9 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

Радне тачке пумпи RT_{pA1} и RT_{pB1} добијају се на карактеристици пумпе $Y_{pA}(Q_{pA}) = Y_{pB}(Q_{pB})$ тако што се из радне тачке система RT_1 повлачи хоризонтала $e_K = e_{RT1} = const$ до пресека са редукованим карактеристикама пумпи $Y_{prA}(Q_{pA})$ и $Y_{prB}(Q_{pB})$, а затим се из добијених пресечних тачака повлаче вертикале ($Q_{pA} = const$, $Q_{pB} = const$) до заједничке радне карактеристике пумпи (пумпе A и B су идентичне).

Из радних тачака пумпи RT_{pA1} и RT_{pB1} читавају се протоци, напори и степени корисности пумпи на основу којих се коначно срачунавају тражене потребне снаге пумпи:

$$RT_1 \rightarrow RT_{pA1} \rightarrow Y_{pA1} = 329,5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{pA1} = 157,5 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{pA1} = 80,3 \%$$

$$P_{pA1} = \frac{\rho Q_{pA1} Y_{pA1}}{\eta_{pA1}} = 64,6 \text{ kW}$$

$$RT_1 \rightarrow RT_{pB1} \rightarrow Y_{pB1} = 391,5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{pB1} = 120,4 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{pB1} = 80,0 \%$$

$$P_{pB1} = \frac{\rho Q_{pB1} Y_{pB1}}{\eta_{pB1}} = 58,9 \text{ kW}$$

Решење (2):

Из услова да је $Q_{pB2} = 0$, односно да је $Q_{C2} = Q_{pA2}$ добија се радна тачка система RT_2 , приказана на слици (у пресеку хоризонтале повучене из тачке $Q_{pB2} = 0$ на редукованој карактеристици пумпе $Y_{prB}(Q_{pB})$ и карактеристике магистралног цевовода). Сагласно једначини (1), радна тачка пумпе RT_{pA2} , при непознатој брзини обртања n_{A2} , мора бити изнад радне тачке система за губитке у пумпном цевоводу Δy_{gA} при протоку $Q_{pA2} = Q_{C2}$. Из тако одређене радне тачке RT_{pA2} читавају се потребни радни параметри пумпе А:

$$RT_{pA2} \rightarrow \quad Y_{pA2} = 468,6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{pA2} = 311,3 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

Да би се одредила непозната брзина обртања, кроз радну тачку пумпе RT_{pA2} потребно је повући параболу сличности (види слику):

$$Y_s(Q_s) = \left(\frac{Y_{pA2}}{Q_{pA2}^2} \right) Q_s^2$$

У пресеку параболе сличности $Y_s(Q_s)$ и карактеристике пумпе $Y_{pA}(Q_{pA})$ при $n_A = 960 \text{ min}^{-1}$, добија се слична тачка ST_2 из које је потребно прочитати проток (или напор):

$$ST_2 \rightarrow \quad Q_{s2} = 204,3 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

Тражена брзина обртања се добија из услова сличности:

$$n_{A2} = \frac{Q_{pA2}}{Q_{s2}} n_A = 1462,4 \text{ min}^{-1}$$

Решење (3):

У општем случају услов бескавитацијског рада¹ пумпе гласи:

$$NPSHA(Q_p) > NPSHR(Q_p) + S \quad (5)$$

где су: $NPSHA(Q_p)$ – расположива кавитацијска резерва система,
 $NPSHR(Q_p)$ – потребна карактеристика пумпе и

¹ Имајући у виду да се потребна кавитацијска резерва $NPSHR$ одређује у условима потпуно развијене кавитације у пумпи, када она почиње значајно да дерогира радне параметре пумпе, те да кавитација започиње при знатно вишим притисцима на усису пумпе од притиска који одговара $NPSHR$, услов бескавитацијског рада (5) је правилније звати потребним условом да би пумпа радила ван опасних кавитацијских режима.

S – сигурносни додатак који зависи од типа пумпе и материјала од којег је израђено радно коло пумпе.

Расположива кавитацијска резерва система представља укупну позитивну специфичну енергију флуида (y J/N = m) на улазу у пумпу:

$$NPSHA(Q_p) = \frac{P_a + P_{mR} - P_{zp}}{\rho g} + \frac{v_R^2}{2} - h_s - \Delta h_{gs}(Q_p) \quad (6)$$

где су: p_{mR} – натпритисак који влада у црпилишту пумпе (обично је $p_{mR} = 0$ Pa),
 p_{zp} – притисак засићене паре течности на датој температури,
 v_R – брзина струјања у црпилишту пумпе (најчешће је $v_R \approx 0$ m/s),
 h_s – усисна висина пумпе (вертикално растојање од површине воде у црпилишту до улазног пресека пумпе) и
 $\Delta h_{gs}(Q_p)$ – хидраулички губици у усисном цевоводу пумпе) при протоку пумпе Q_p .

Заменом израза (6) у неједнакост (5) и решавањем по усисној висини h_s , након занемаривања чланова p_{mR} и v_R добија се познати израз за дозвољену усисну висину пумпе:

$$h_s < \frac{P_a - P_{zp}}{\rho g} - \Delta h_{gs}(Q_p) - NPSHR(Q_p) - S \quad (7)$$

У конкретном случају, потребне кавитацијске резерве пумпи читавају се са кавитацијске карактеристике пумпи при протоцима пумпи срачунатим у решењу (1):

$$RT_{pA1} \rightarrow Q_{pA1} = 157,5 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad NPSHR_{pA1} = 3,5 \text{ m}$$

$$RT_{pB1} \rightarrow Q_{pB1} = 120,4 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad NPSHR_{pB1} = 2,3 \text{ m}$$

Заменом прочитаних вредности протока и потребне кавитацијске резерве у неједнакост (7) добијају се тражене максималне дозвољене усисне висине пумпи:

$$h_{s.pA1} < \frac{P_a - P_{zp}}{\rho g} - \frac{8Q_{pA1}^2}{g\pi^2 d^4} \left(\lambda \frac{l_s}{d} + \sum \zeta_s \right) - NPSHR_{pA1}(Q_{pA1}) - S = 4,2 \text{ m}$$

$$h_{s.pB1} < \frac{P_a - P_{zp}}{\rho g} - \frac{8Q_{pB1}^2}{g\pi^2 d^4} \left(\lambda \frac{l_s}{d} + \sum \zeta_s \right) - NPSHR_{pB1}(Q_{pB1}) - S = 5,9 \text{ m}$$

Домашу:

1. Задатке под (1) и (2) решити усвајајући да је нулти ниво потенцијалне енергија на нивоу воде у резервоару R_B .
2. Израчунати потребну снагу пумпе за радни режим RT_{pA2} .

